

מכינה בסטטיסטיקה לתואר שני

פרק 1 - התפלגותות בדידות מיוחדות - התפלגותות בינהמית

תוכן העניינים

1. כללי

התפלגיות בדידות מיוחדות – התפלגותBINOMIAL:

רקע:

נגיד את המושג ניסוי ברנולי:
 ניסוי ברנולי הנה ניסוי שיש לו שתי תוצאות אפשריות: "הצלחה" ו"כישלון".
 למשל מוצר פגום או תיקין, אדם עובד או מובטל, עץ או פלי בהטלה מטבח וכדומה.
 בהתפלגותBINOMIAL חוזרים על אותו ניסוי ברנולי n פעמים באופן בלתי תלוי זה בזה.
 מגדירים את X להיות מספר ההצלחות שהתקבלו בסך הכל. נסמן ב- P את הסיכוי
 להצלחה בניסוי בודד, וב- Q את הסיכוי לכישלון בניסוי בודד.
 אז נגיד ש: $X \sim B(n, p)$.

פונקציית ההסתברות של X :

$$P(X = K) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$\text{כאשר: } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1; \quad 0! = 1$$

לבודל: $\binom{n}{k}$ ניתן לחשב באמצעות המחשבון.

$$\text{תוחלת: } E(X) = np$$

$$\text{שונות: } V(X) = npq$$

שימוש לב, כדי לזהות שמדובר בהתפלגותBINOMIAL נדרש כל התנאים הבאים:

- 1) חוזרים על אותו ניסוי ברנולי באופן בלתי תלוי זה בזה.
- 2) חוזרים על הניסוי n פעמים.
- 3) X – מוגדר במספר ההצלחות המתקבלות בסך הכל.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

במדינה מסוימת ל- 80% מהתושבים יש רישיון נהיגה.
 נבחרו 10 תושבים אקרים מהמדינה.

- א. מה ההסתברות שבודיק ל- 9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ב. מה ההסתברות של לפחות 9 מהם יש רישיון נהיגה?
- ג. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר התושבים שנבדקו
 ושיש להם רישיון נהיגה?

שאלות:

1) במדינה 10% מהאוכלוסייה מובטלת. נבחרו 5 אנשים באקראי מאותה אוכלוסייה. נגידר את X להיות מספר המובטלים שהתקבלו במדגם.

א. מהי ההתפלגות של X ?

ב. מה ההסתברות שהיא בדיקן מובטל אחד?

ג. מה ההסתברות שכולם יעבדו במדגם?

ד. מה ההסתברות שלושה יעבדו במדגם?

ה. מה ההסתברות שלפחות אחד יהיה מובטל?

ו. מה תוחלת ומהי השונות של מספר המובטלים במדגם?

2) על פי נתוני משרד התקשורת ל-70% מהאוכלוסייה יש סמארטפון. נבחרו 10 אנשים באקראי. נגידר את X כמספר האנשים שנדרגו עם סמארטפון.

א. מהי ההתפלגות של X ? הסבירו.

ב. מה ההסתברות שבמדגם ל-8 אנשים יש סמארט-פון?

ג. מה ההסתברות שבמדגם לפחות 9 יהיו סמארט-פון?

ד. מה תוחלת ומה סטיית התקן של מספר האנשים שנדרגו ולהם סמארט-פון?

3) במדינה מסוימת התפלגות ההשכלה בקרב האוכלוסייה מעל גיל 30 היא כזו :

פָּרוֹפּוֹרֶצִיה	השכלה	נְמוּכוֹת	תִּיכוֹנוֹת	תוֹאַר I	תוֹאַר II וּמְעֻלָּה
0.1	0.2	0.6	0.1	0.2	0.1

נבחרו 20 אנשים אקראיים מעל גיל 30.

א. מה ההסתברות ש-5 מהם אקדמיים?

ב. מה תוחלת של מס' בעלי ההשכלה הנמוכה?

4) 5% מקו היצור פגום. המוצרים נארזים בתוך קופסת קרטון. בכל קופסה 10 מוצרים שונים. הקופסאות נארזות בתוך מכללה. בכל מכללה 20 קופסאות.

א. מה ההסתברות שב קופסה אקראיית לפחות מוצר פגום אחד?

ב. מה תוחלת ומה סטיית התקן של מספר הקופסאות במכלול בהן לפחות מוצר פגום אחד?

תשובות סופיות:

- .0.59049 ג. .0.32805 ב. $.X \sim B(n=5, p=0.1)$ א. (1)
.0.45 ו. תוחלת: 0.5, שונות: 0.40954 ה. 0.0729 ד.
.1.449 ז. תוחלת: 7, סטיית תקן: 0.1493 ג. 0.2335 ב. (2)
.2 ב. 0.1789 א. (3)
.2.193 ב. תוחלת: 8.025, סטיית תקן: 0.401 (4)